第６講　桁数などの計算

6　$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ として，次の各問いに答えよ．

(1)　2^{100} の桁数，最高位の数，一の位の数をそれぞれ求めよ．また最高位から 2 番目の位の数は何かを答えよ．

(2)　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$ は小数第何位にはじめて 0 でない数が現れるかを求めよ．またその数は何かを答えよ．

(3)　$2^{130}+3^{82}$ の桁数，最高位の数をそれぞれ求めよ．

(4)　7^{62} の桁数，最高位の数をそれぞれ求めよ．ただし，必要ならば $7^4=2401$，$3^5=243$ であることを用いよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　桁数などの計算

6　近似値 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を利用して次の問いに答えよ.

(1)　18^{35} の桁数を求めよ.

(2)　18^{35} の最高位の数を求めよ.

【選択肢】

(1)　㋐　43 桁　㋑　44 桁　㋒　45 桁　　(2)　㋐　6　㋑　7　㋒　8

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　桁数などの計算

6　$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ として，次の各問いに答えよ．

(1)　2^{100} の桁数，最高位の数，一の位の数をそれぞれ求めよ．また最高位から 2 番目の位の数は何かを答えよ．

(2)　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$ は小数第何位にはじめて 0 でない数が現れるかを求めよ．またその数は何かを答えよ．

(3)　$2^{130}+3^{82}$ の桁数，最高位の数をそれぞれ求めよ．

(4)　7^{62} の桁数，最高位の数をそれぞれ求めよ．ただし，必要ならば $7^4=2401$，$3^5=243$ であることを用いよ．

【答】（1）31 桁，最高位の数は 1，一の位の数は 6，最高位から 2 番目の位の数は 2
（2）小数第 48 位でその数は 1　（3）40 桁，最高位の数は 2　（4）53 桁，最高位の数は 2

【解答】

（1）$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ より $10^{0.3010}=2$，$10^{0.4771}=3$ である．

$2^{100}=(10^{0.3010})^{100}=10^{30.10}=10^{0.10}\times10^{30}$ であり $1=10^0<10^{0.10}<10^{0.3010}=2$ より

$$1\times10^{30}<2^{100}<2\times10^{30}$$

となるので，最高位の数が **1** の **31 桁**の数である．

また，$2^{n+4}-2^n=10\times3\times2^{n-1}$ より，$n\geqq1$ のとき 2^{n+4} と 2^n を 10 で割った余りは等しい．これより 2^{100} と $2^4=16$ を 10 で割った余り，つまり一の位は一致して **6** である．

次に，$2^{100}=10^{1.10}\times10^{29}$ であり，$12=3\times2^2=10^{0.4771}\times10^{0.3010\times2}=10^{1.0791}$，
$12.8=2^7\times10^{-1}=10^{0.3010\times7}\times10^{-1}=10^{1.1070}$ より

$$12<10^{1.10}<12.8$$

ゆえに

$$12\times10^{29}<2^{100}<12.8\times10^{29}$$

よって最高位から 2 番目の位の数は **2** である．

（2）$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}=\left(\dfrac{1}{10^{0.4771}}\right)^{100}=10^{0.29}\times10^{-48}$ で，$1=10^0<10^{0.29}<10^{0.3010}=2$ より

$$1\times10^{-48}<\left(\frac{1}{3}\right)^{100}<2\times10^{-48}$$

よって $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$ は**小数第 48 位**にはじめて 0 でない数が現れ，その数は **1** である．

（3）$2^{130}=(10^{0.3010})^{130}=10^{39.1300}=10^{0.1300}\times10^{39}$，$3^{82}=(10^{0.4771})^{82}=10^{39.1222}=10^{0.1222}\times10^{39}$ である．ここで，$1.5=\dfrac{3}{2}=\dfrac{10^{0.4771}}{10^{0.3010}}=10^{0.1761}$ より

$$1\times10^{39}<2^{130}<1.5\times10^{39},\ 1\times10^{39}<3^{82}<1.5\times10^{39}$$

となるので

$$2\times10^{39}<2^{130}+3^{82}<3\times10^{39}$$

よって $2^{130}+3^{82}$ は最高位の数が **2** の **40 桁**の数である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(4)　$2400=2^3\times3\times10^2=10^{0.3010\times3+0.4771+2}=10^{3.3801}$，$2430=3^5\times10^1=10^{0.4771\times5+1}=10^{3.3855}$ より

$$10^{3.3801}<7^4<10^{3.3855}$$

となるので $10^{0.845025}<7<10^{0.846375}$　よって

$$10^{52.39155}<7^{62}<10^{52.47525}$$

ここで $2\times10^{52}=10^{0.3010}\times10^{52}=10^{52.3010}$，$3\times10^{52}=10^{0.4771}\times10^{52}=10^{52.4771}$ より

$$2\times10^{52}<7^{62}<3\times10^{52}$$

よって 7^{62} は最高位の数が **2** の **53 桁**の数である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　桁数などの計算

6　近似値 $\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ を利用して次の問いに答えよ．

(1)　18^{35} の桁数を求めよ．

(2)　18^{35} の最高位の数を求めよ．

【選択肢】

(1)　㋐　43桁　㋑　44桁　㋒　45桁　　(2)　㋐　6　㋑　7　㋒　8

【答】 (1)　㋑　(2)　㋒

【解答】

条件より

$$\begin{cases} \log_{10}2=0.3010 \iff 2=10^{0.3010} \\ \log_{10}3=0.4771 \iff 3=10^{0.4771} \end{cases}$$

よって

$$\begin{aligned} 18 &= 2\times3^2 \\ &= 10^{0.3010}\times(10^{0.4771})^2 \\ &= 10^{1.2552} \end{aligned}$$

となるので

$$\begin{aligned} 18^{35} &= (10^{1.2552})^{35} \\ &= 10^{43.9320} \end{aligned}$$

である．

(1)　$10^{43}<18^{35}<10^{44}$ より，18^{35} は

44桁

(2)　$8=2^3=10^{0.9030}$，$9=3^2=10^{0.9542}$ より

$$10^{43.9030}<10^{43.9320}<10^{43.9542}$$

$$8\times10^{43}<18^{35}<9\times10^{43}$$

よって

18^{35} の最高位の数は8

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。